# Kosmoloogilised mudelid

Suure hulga vaatlusandmete olemasolu ühelt poolt ja lõputu maailmaga seotud probleemid teiselt poolt kutsuvad teadlasi-uurijaid püstitama oletusi (hüpoteese), mis aitaksid vältida teooria paradokse, jäädes samal ajal kooskõlla kõigi kättesaadavate vaatlusandmetega. Selliseid kindlatel lähte-eeldustel põhinevaid kogu Universumi arengut kirjeldavaid teooriaid nimetatakse **kosmoloogilisteks mudeliteks**. Me ei pööra tähelepanu varasematele katsetele vältida üht või teist paradoksi (neeldumishüpotees, fluktuatsioonihüpotees), vaid asume kohe tänapäevase põhimudeli juurde.

**Paisuv ruum** on see võlusõna, mis ühel hoobil kõrvaldab kõik kolm paradoksi. Ruumi paisumine tähendab kõikide vahekauguste sõltuvust ajamomendist, täpsemalt nende ajalist kasvu. See kasv ei ole mingil määral seotud kehade liikumisega, ta peab olema kõigis suundades ühtlane ning soovitavalt ajas muutumatu (et rahuldada kosmoloogilist printsiipi). Põhjus, miks kõik kaasaegsed teooriad seda arvestavad, on vaatluslikku laadi: Hubble'i seadus (kaugusega võrdeline punanihe galaktikate spektrites) on otsene füüsikaline järeldus paisuvast ruumist. Tähendab ju paisumine seda, et iga mingit kaht eset eraldava ruumi meeter suureneb igas sekundis kindla murdosa võrra; seetõttu kaugenevad kõik esemed vaatlejast kiirustega, mis on võrdelised nende kaugusega. Punanihe aga on Doppleri efekti kohaselt just eemaldumiskiiruse näitaja.

Igapäevaelus me midagi sellist ei märka. Ja ei peagi märkama, sest tegu on kosmilise seadusega, mis avaldub alles väga suurte kauguste korral. Hubble'i seaduse võrdeteguri -- Hubble'i konstandi -- väärtus on praegustel andmetel 50...80 km/s Mpc ehk SI-süsteemi teisendatuna 2×10-18 m/s meetri kohta. Piltlikult väljendades vastab selline paisumine maakera läbimõõdu kasvule ühe mikromeetri(!) võrra aastas. Pealegi ei tähenda ruumi paisumine sugugi seal olevate kehade ruumala suurenemist, piisab vaid nende vahelise kauguse muutumisest.

Paradokside kõrvaldamiseks on sellisest paisumisest enam kui küllalt. Juba suhteliselt väike (lõpmatusega võrreldes!) piirkond raadiusega 5000 Mpc paisub ligikaudu valguse kiirusega; meie graafikul fotomeetrilise paradoksi kohta on see nii väike, et ei mahu isegi joonisele. Kuna neilt "minema jooksvatelt" tähtedelt pole oodata mingit erilist valgust, siis taevas on ja jääbki pimedaks. Kaob ka termodünaamiline paradoks: kuipalju me ilmaruumi ka ei soojendaks, adiabaatilise protsessi valemite järgi jahutab paisumine teda ikkagi rohkem, kui soojendajana toimiv kohalik gravitatsiooniline kuhjumine teda kütta jõuab. Nii et soojusmasin töötab täie auruga. Ka gravitatsiooniline paradoks kaotab oma hambad, kuna tihedamate alade kokkulangemise kiirus jääb suurtes mastaapides alati alla ruumi paisumisele. Kokkulangemine kohalikus mastaabis ei oma aga Universumi arengu seisukohalt mingisugust tähtsust.

Võtame kokku: paisuv ruum on vaatluslik fakt, mis on suuteline kõrvaldama kõik "lõpmatu maailma" paradoksid. Jääb üle vaid viia see fakt kooskõlla füüsika seadustega. Seda teevadki kosmoloogilised mudelid, igaüks neist oma kombel. Vaatame kolme neist lähemalt.

# Statsionaarne mudel.

(F. Hoyle ja H. Bondi, 1948). Kas on üldse võimalik luua paisuva ruumiga mudelit, mis rahuldaks kosmoloogilist printsiipi? Tuleb välja, et on küll. Selleks tuleb teha oletus, et ainetihedus paisuvas ruumis jääb konstantseks. Kuna tihedus arvutatakse valemiga **ρ=m/V,** V aga suureneb, peab koos mingi ruumiosa paisumisega suurenema ka sellesse ruumiossa jääv mass. Teiste sõnadega, et säiluks keskmine tihedus, peab paisuv ruum ainet juurde tekitama. Siin me ohverdame teadlikult tükikese harjumuspärast füüsikat (aine jäävuse seaduse), aga jällegi ainult kosmilises mastaabis. Katseliselt, st. laboris on seda efekti (massi juurdekasvu) niisama võimatu mõõta, kui kosmilist pikenemistki

Valem ‑-massi juurdekasv

(kilogrammi aastas kilogrammi kohta!)

Tuleb lisada, et tegu on väga kavala mudeliga, kus kosmoloogiline printsiip on rahuldatud täielikult ja lõplikult: ta on postulaadina kodeeritud teooria olemusse. Sellele vaatamata pole mudel astrofüüsikute seas populaarne. Mitte, et ta halb oleks -- aga on paremaid mudeleid, mis on suutelised kirjeldama suuremat faktide hulka.

# Graviteeruv mittestatsionaarne mudel

(E. Milne 1934) võtab aluseks galaktikate laialilendamise fakti ning esitab selle matemaatilise kirjelduse tavalise ruumi ning Newtoni mehaanika kaudu. Milne'i mudelis ei paisu ruum, küll aga lendavad selles ruumis laiali galaktikad ja teised kosmilised objektid. Mudel ei tungi Universumi olemusse, vaid üksnes kirjeldab galaktikate vaadeldavat liikumist.

Newtoni valemid ei võimalda kirjeldada lõpmatu keskkonna käitumist. Aga me võime alati teha matemaatilise nipi: rehkendada kõigepealt lõplikku piirkonda, ja siis, kui lahend juba käes, üldistada seda suurematele kaugustele, kuni lõpmatuseni välja. Ühtlase tihedusega rõhuvaba ainega (tolmuga) täidetud kera kokkutõmbumise valemi võib igaüks kirja panna; et algebralised seosed on pööratavad, saame sellest teha ka paisuva tolmupilve valemi. Kui jagada kera paisumiskiirus kera raadiusega, saamegi Hubble'i konstandi -- kauguse juurdekasvu ajaühikus e. kiiruse ühikulise vahemaa jaoks (vt. lisateksti). Ainult et see "konstant" polegi konstantne, vaid muutub ajas valemi

Valem ‑-kiirus

järgi. See paisumiskiirus väljendabki Universumi ajalist arengut. Statsionaarsele olekule, kus maailm ei paisu, vastab **R = const** ehk **R' = 0.**See on võimalik kahel juhul, sõltuvalt integreerimiskonstandi **k** väärtusest: **k = 0**,

Seda nimetatakse asümptootiliselt statsionaarseks e. paraboolseks mudeliks **k < 0**.

Valem ‑-paraboolne mudel

Näeme, et sellise Universumi paisumine kestab seni, kuni mastaabikordaja **R** omandab maksimaalse väärtuse. Hiljem saab **R'**negatiivseks, paisumine asendub kokkutõmbumisega, mis kestab seni, kuni **R** saab nulliks. Siis meie funktsioon katkeb.

Jääb veel kolmas võimalus:

Kui **k > 0**, ei peatu paisumine kunagi.

Paistab, et saadud tulemus pole suurem asi. Kogu maailma saatus sõltub tühipaljast integreerimiskonstandist, mis teadupoolest võib omada suvalist väärtust.

Matemaatikas küll, mitte aga füüsikas. Tegelikult meie maailm eksisteerib üsna kindlal kujul ja seetõttu on ka meie integreerimiskonstandil looduse poolt antud väärtus olemas. Me teame mastaapkordaja tuletist **R'**(paisumiskiirust), kui õnnestuks vaatluste abil määrata ka teist jätku tuletis, saaks nende abiga leida ka integreerimiskonstandi **k** väärtuse.

Leitud "Universumi valem" pole füüsika seisukohalt muud kui energia jäävuse seadus. Võrrandi vasak pool -- **v2** -- määrab laialilendavate galaktikate kineetilise energia. Parem pool, kus sees gravitatsioonikonstant, on aga kõigi galaktikate vastastikuse külgetõmbe potentsiaalne energia. Konstant näitab, kumb neist on suurem. Kui **k = 0**, on nad ühesuurused. Kui **k > 0**, on kineetiline energia suurem. Kui **k < 0**, on ülekaal potentsiaalsel energial. Siis peatab gravitatsioon paisumise ning "maailm kukub kokku".

Ja veel näeme, et kosmoloogiline printsiip on rikutud, vähemalt tema ajalises mõttes. Enne, kui seda arutada, vaatame ka kolmandat mudelit.

# Relativistlik mudel

(A. Einstein 1916, A. Friedmann 1922 [W. de Sitter 1917, Heckmann, G. Lemaitre...]). Mudel järeldub vahetult A. Einsteini üldrelatiivsusteooria võrranditest. Kui pöörata tähelepanu aastaarvudele, näeme, et see mudel oli ajalooliselt esimene. Veelgi enam, ta viidi "katuse alla" juba enne Hubble'i seaduse avastamist.

Üldrelatiivsusteooria, tänapäeva populaarseim gravitatsiooniteooria, ei kuulu koolifüüsika programmi. Põhjuseks on ülikeeruline matemaatika ning suhteliselt väikesed (kui mitte öelda olematud) rakendamise võimalused. Et saada Einsteini võrrandi lahendit "kogu Universumi kohta" tuleb analoogiliselt eelmise punktiga kirja panna võrrandid mingi galaktika kohta ja esitada lahend mastaapkordaja kaudu. 1917. a., kui Hubble'i seadust polnud veel avastatud, häiris uurijaid kõige rohkem püsiva ajas muutumatu lahendi puudumine. Et sellest vastuolust vabaneda, lisas Einstein võrrandeisse nn. kosmoloogilise liikme, mis suurtes mastaapides raskusjõu tasakaalustas, muutes lahendi vastavaks kosmoloogilise printsiibi nõuetele. Alles 1922. a. söandas A. Friedmann välja tuua ka mittestatsionaarse lahendi, mis ongi kaasaegse füüsikalise kosmoloogia alus.

Üldrelatiivsusteooria elemente

Üldrelatiivsusteooria lõi Albert Einstein koostöös M. Grossmanniga 1910-1916 jätkuna 1905. a. valminud erirelatiivsusteooriale. Üldrelatiivsusteooria aluseks on **ekvivalentsusprintsiip**:

Raske (graviteeruv) mass ja inertne mass on ekvivalentsed; pole mingit võimalust kindlaks teha, kas vaadeldav keha asub gravitatsiooniväljas või kiirendusega liikuvas taustsüsteemis.

Nagu teada üldtuntud legendist, tuletas I. Newton oma gravitatsiooniseaduse kahe keha -- puu otsast kukkuva õuna ja taevast mitte kukkuva Kuu võrdlemisest. Kuu püsimise orbiidil kindlustab gravitatsioonijõu ja tsentrifugaaljõu võrdsus:

Valem ‑-Newton I seadus

kukkuva õuna liikumise aga Newtoni II seadus:

Valem ‑-Newton II seadus

kus

Valem ‑-raskuskiirendus

on raskuskiirendus Maa pinnal. Kui me nüüd neis võrrandites massi (ükskõik, kas Kuu või õuna oma) maha tõmbame, siis olemegi rakendanud ekvivalentsusprintsiipi - oletanud, et raske mass **mR** ja inertne mass **mI** on alati võrdsed. Muidugi on neid valemeid võimalik kontrollida ja sedagi on tehtud. Tulemus näitab, et tänapäeva mõõtmistäpsuse juures mingit mõõdetavat erinevust neil kahel massil ei ole. Ehk, veel täpsemalt

Valem ‑-ekvivalentsusprintsiip

just nii kaugele on tänaseks jõutud nende võrdsuse täpse määramisega.

Ekvivalentsusprintsiibi ilminguks on kaaluta olek langevas liftis või ümber Maa tiirlevas kosmoselaevas -- mitte kummaski pole mitte mingite mõõtmistega võimalik kindlaks teha ei kiirenduse ega gravitatsioonivälja olemasolu.

Kuidas seda matemaatiliselt väljendada, selles on küsimus. Einstein jt. lahendasid selle oletusega **kõverast ruumist**. Idee on iseenesest lihtne: kosmoselaeva orbiit tasases (eukleidilises) ruumis on ekvivalentne sirgega (nimetame seda geodeetiliseks jooneks) kõveras ruumis. See tähendab, et ruum peab olema nii kõver, et kõver trajektoor oleks temas sirge; sirge all mõistetakse, nagu tavaliseski ruumis, lühimat teed kahe punkti vahel. (Et segadust vältida, on tema nimeks "geodeetiline joon".) Kõverate ruumide geomeetria (see ongi see keeruline matemaatika) töötasid välja N. Lobatševski (negatiivse kõverusega nn. hüperboolsed ruumid, 1826) ja B. Riemann (suvalise kõverusega ruumid, 1854); Einsteinil jäi üle vaid siduda ruumi kõverus massi ja liikumist kirjeldavate suurustega. Tulemuseks on nn. Einsteini võrrand(ite süsteem), mille lahendamisel saadakse proovikeha (Kuu, õun) "maailmajoon" ülejäänud kehade (masside) poolt määratud kõveras ruumis.

Enne, kui sulgeme kasti, püüame seda uut sõna veel pisut selgitada. Juba erirelatiivsusteooria kasutab neljamõõtmelist koordinaatsüsteemi, kus lisaks kolmele ruumiteljele on olemas veel ajatelg. Et mõõtühikud peavad kõigil telgedel olema samad, tuleb ajamomenti enne teljele kandmist korrutada valguse kiirusega, mis erirelatiivsusteooria järgi on kõigis taustsüsteemides ühesugune. Nii saamegi neli koordinaati: x, y, z ja ct; keha liikumisteele (punktide hulk, kus liikuv keha asub erinevatel ajamomentidel) vastabki neliruumis tema maailmajoon.

Joonis. Liikuva keha kahemõõtmeline trajektoor tasandil **xy** ja tema maailmajoon ruumis **x, y, ct**.

Einsteini-Friedmanni kosmoloogia

Friedmanni lahendi järgi kujutab ruumi paisumist (mastaapkordaja muutust) kõver, mis sõltuvalt parameetri

Valem ‑-Friedmanni lahend

väärtusest on kas hüperbool (**q < 0,5**), parabool (**q = 0,5**) või ellips (**q > 0,5**). Nagu Milne'i mudelis, vastab ka siin kahele esimesele lõpmatult paisuv ruum, kolmandas kestab paisumine mingi ajahetkeni **tm** (vastab mastaapkordaja maksimaalväärtusele **Rm**), mille järel algab kokkutõmbumine. Kõik nagu eelmises punktis, kuid ühe erinevusega. Selleks on kõver ruum.

**Kõver ruum.** Einsteini järgi on tasane ainult tühi ruum. Igasugune ruum, kus on kasvõi kübegi ainet, peab olema kõver, ja see kõverus on igal juhul positiivne.

Mida see tähendab? Aga seda, et niisugustes ruumides ei kehti Eukleidese geomeetria viies aksioom:

Läbi sirgel mitte asuva punkti saab panna ühe ja ainult ühe antud sirgega paralleelse sirge.

Aksioomi saab rikkuda kahel viisil: lubades panna läbi punkti kuitahes palju paralleelseid sirgeid või siis keelates sellise sirge panemise üldse. Esimesel juhul saame negatiivse, teisel positiivse kõverusega ruumi.

Meie kujutlusvõime on seotud tavalise kolmemõõtmelise ruumi ja Eukleidilise geomeetriaga. Seepärast ei suuda me ette kujutada kõveraid või kõrgema dimensiooniga ruume. Küll aga võime ette kujutada erineva kõverusega pindu tavalises ruumis. Negatiivse kõverusega on näiteks sadul. Kuidas seal paralleelseid sirgeid konstrueerida ja palju neid mahub läbima üht punkti, on meie jaoks pisut keeruline ülesanne. Me ei oska diferentsiaalgeomeetriat, ja kui ka oskaksime, oleks ikkagi sellega tükk tegemist. Hoopis lihtsam on hakkama saada positiivse kõverusega pinnaga, milleks on kolmruumis ellipsoid ja kõik tema sugulased. Kõige lihtsam neist on kerapind -- sfäär. Sirgeks sfääril on nn. suurringid -- jooned, mis tekivad sfääri lõikamisel tema keskpunkti läbiva tasandiga. Joonistame gloobusele ühe sellise ringi, võtame selle kõrval punkti ja püüame sellest läbi panna eelmisega paralleelset suurringi. Näeme, et see ei õnnestu: ringid kas lõikuvad (nagu meridiaanid) või on küll paralleelsed (paralleelid), kuid suurring on neist ainult üks -- ekvaator. Seega positiivse kõverusega pinnal paralleelseid sirgeid ei ole, samuti pole neid ka positiivse kõverusega ruumis.

Kõne all oleval ruumil on veel üks omadus: ta suurendab kõigi eemal olevate esemete mõõtmeid. Võrrelge gloobusel kahe meridiaani vahekaugust samasuguse tipunurgaga tasanurga haarade kaugusega ja te näete, et punktid kera pinnal asuvad üksteisele alati lähemal kui tasandi punktid. See tähendab. et vaadates taevalaotusse kõveras ruumis, näeme seda veelgi tühjemana. Tõsi küll, galaktikad ise paistavad jälle suuremana...

Kõige tähtsam positiivse kõverusega ruumi omadus on aga see, et tema ruumala on lõplik. Täpselt nagu sfääri pindalagi. Seega on meie maailmal olemas nii lõplik ruumala kui ka lõplik mass.

**Horisont.** Kahjuks ei saa me neid numbreid ütelda. Me ei tea neid, kuna me ei näe mitte kogu Universumit, vaid ainult osa sellest. Põhjuseks on valguse kiiruse lõplikkus. Maksimaalne kaugus, kuhu meie "silm ulatub", on **c * tau_0 = c / H_0 ~= 4000 Mpc** - kaugus, kust valgus on parasjagu meieni jõudnud.

Seistes kera pinnal, ei näe me samuti kogu kera, vaid ainult vahemaad iseendast kuni horisondini -- piirini, kus vaatekiirtest moodustuv koonus ühtib kera pinnaga (puutub kera pinda). Sama lugu on Universumiga: pilt lõpeb seal, kus **l * H_0 --> c = 3 * 10^8 m/s.**Aga siingi on vaatamata näilikule analoogiale sügav erinevus. Kui maapealne horisont paistab vaatlejale terava joonena (kõik maapinnal nähtavad esemed, vaatamata nende tegelikule kaugusele, rivistuvad ühele joonele -- silmapiirile), siis kosmoloogilise horisondiga on lugu teine. Eemaldumiskiiruse lähenemisel valguse kiirusele kasvab punanihe (muidugi relativistlike valemite kohaselt) lõpmata suureks, mis loob vaatlejale illusiooni tohutu suurest, kuid tühjast ruumist.

See, kui suurt osa Universumist me näeme, sõltub nii mudeli arengut kujutavast kõverast (joon.\*\*\* lk \*\*\*) kui meie (st. vaatleja) asukohast sellel. "Kogu Universum" on näha vaid siis, kui Hubble'i aeg **tau = 1 / H_0**on lõpmata suur, st. alates hetkest, kus paisumine on peatunud, mis on võimalik üksnes kinnise mudeli puhul. Et meie Universum praegu paisub (ja üsna suure kiirusega) on see meie jaoks kauge tuleviku võimalus. Kui üldse.

Kas kõveras ruumis saab näha iseenda selga? Põhimõtteliselt jah, kui kõverus on piisavalt suur, st. ruum piisavalt väike. Universumis paraku mitte, ja seda valguse kiiruse lõplikkuse tõttu. Meie seljalt peegeldunud kiir jõuaks meie silmadeni võib-olla mitmesaja miljardi aasta pärast, ja sedagi vaid juhul, kui ruum ei paisuks. On karta, et selle aja peale pole enam silmi, mis sündmuse fikseeriks. Ega ka Maad, Päikest ja võib-olla kogu Universumit.

Asi, mida me aga kindlasti uurida saame, on Universumi minevik. Maailmal tundub olevat "üsna hea mälu", mistõttu pilt möödanikust saab küllaltki detailiderohke.

**Ruumala ja tihedus.** Vaatame veel kord joonist \*\*. Mastaapkordaja lähenemine nullile mingil "alghetkel" **t = 0** tähendab, et kõik kaugused olid sel ajahetkel nullid. Koos kaugustega peaks nulliks saama ka Universumi ruumala -- ning loomulikult ka horisont. Kui jääda kindlaks põhimõttele, et aine jäävuse seadus kehtib, tähendab see samaaegselt lõpmatut tihedust.

Seda algseisundit nimetatakse mudeli singulaarsuseks. Matemaatikas tähendab singulaarsus funktsiooni katkevust teatud argumendi väärtusel. Võiks öelda, et meie Universumi (paisumise) valemis on määramispiirkond piiratud ajahetkega **t = 0**.

**Vanus.** Et seda mõistet selgitada, peame mastaapkordaja käiku kujutava joonise pisut ümber tegema, viies vaatlushetke **t0 = 0**. Universumi minevikule vastab siis negatiivne aeg (nagu meie ajaarvamises aastad enne Kristust), tulevikule aga positiivne aeg. Universumi vanuseks loeme nullpunktist mudeli singulaarsuseni möödunud aja. Et kõik mudelid peavad vaatlushetkel klappima vaadeldava paisumiskiirusega, on neil hetkele **t = 0** vastavas punktis **R(t=0) = 1** ühine puutuja, mis lõikub ajateljega punktis **-tau = -(1 / H_0).**

Jooniselt näeme, et mudeli vanus on seda suurem, mida väiksem on kiirendusparameetri väärtus. Kinnised mudelid on üldiselt väga noored, vanusega alla kümne miljardi aasta. Lahtised mudelid tulevad vanemad, jäädes siiski alla Hubble'i ajale (13 miljardit aastat). Nii või teisiti, kui neid aegu võrrelda kasvõi Maa vanusega (ligi 5 miljardit aastat), siis polegi meie Universum kes-teab-kui-vana. Tuleb muidugi arvestada, et aeg ei ole relatiivsusteoorias mingi absoluut. See, millest praegu jutt, on "kaasaliikuva vaatleja aeg", st. aeg, mida tajub paisuva Universumi mingis galaktikas olev ja sellega koos liikuv vaatleja. Vanajumalal, kes asja kõrvalt vaatab, võib sootuks teine ajaarvamine olla.

**Temperatuur.** Enne, kui numbrite juurde asuda, tasuks siingi mõisted täpsemalt paika panna.

Termodünaamikas (\*\* kl.) kasutatud temperatuur on kineetiline temperatuur ja see on määratud aine osakeste -- molekulide -- kaootilise liikumise kiirustega (täpsemalt, molekulide keskmise kineetilise energiaga). Tasakaalus süsteemi jaoks vastab molekulide kiiruste jaotus Maxwelli valemile ja osakeste keskmine kineetiline energia on

Valem ‑-Maxwelli valema ja osakeste keskmine kineetiline energia

See temperatuur on niisiis võrdeline kineetilise energiaga.

Optikas, täpsemalt kiirgus- e. kvantoptikas, määrab temperatuuri tasakaalulise kiirguse kvandi tõenäoseim energia. Tasakaalulise kiirguse energiajaotust (spektrit) kirjeldab Planck'i valem (musta keha kiirguse spekter) ja seose temperatuuriga saame Wieni nihke seadusest **lambda_t * T = b = 0,0029 mK** (**lambda_t** on Planck'i kõvera maksimumile vastav lainepikkus. Eelpoolöeldust peaks selge olema, et kineetilise temperatuuri mõõtmine Universumis ei tule kõne alla. Jääb üle otsida tasakaalulist kiirgust, mis oleks täielikult isotroopne, st. tuleks vaatlejani ühtviisi kõigist suundadest (sellist kiirgust nimetatakse foonkiirguseks) ja millel on musta keha kiirguse spekter.

Selline kiirgus avastati 1965. a. ja tema spektri maksimum asub lainepikkusel **lambda = 1,07 mm.**Wien'i valemi järgi vastab sellele temperatuur 2,7 K (-270°C).

Kui kiirgus puuduks, oleks tegu külma, st. rõhuvaba mudeliga, kus toimib ainult gravitatsioon. Kiirgusfooni olemasolu näitab, et Universum on kunagi olnud soojusliikumises, millele vastava kiirguse temperatuur nüüd ruumi paisudes väheneb. Kui vaadata minevikku, siis pidi temperatuur olema seda kõrgem, mida väiksem oli mastaabikordaja. Et Universumi sünnihetkele vastab **R(t) = 0**, siis peab **T = lõpmatus.**Seda muidugi klassikalise füüsika seisukohalt.

Relativistliku mudeli alghetk, millele vastab suur tihedus, temperatuur ja paisumiskiirus, kannab astronoomide slängis nime **Suur Pauk** (ingl. *Big Bang*). Väljend, mida ei tasuks just täht-tähelt võtta.

[Valem II‑1-massi juurdekasv 2](#_Toc147744313)

[Valem III‑1-kiirus 3](#_Toc147744314)

[Valem III‑2-paraboolne mudel 3](#_Toc147744315)

[Valem IV‑1-Newton I seadus 4](#_Toc147744316)

[Valem IV‑2-Newton II seadus 4](#_Toc147744317)

[Valem IV‑3-raskuskiirendus 4](#_Toc147744318)

[Valem IV‑4-ekvivalentsusprintsiip 4](#_Toc147744319)

[Valem IV‑5-Friedmanni lahend 5](#_Toc147744320)

[Valem IV‑6-Maxwelli valema ja osakeste keskmine kineetiline energia 7](#_Toc147744321)

**S**